



EDUCAPAZ

Programa Nacional de
Educación para la Paz

GUÍA DE APRENDIZAJE

Matemática

II INSTITUCIÓN EDUCATIVA MATA DE MAÍZ

Docente: Alexander Vidal Ortiz

Grado: 9°

**DE PROFES
PARA PROFES**



PAZ A TU IDEA

Comunidad de Aprendizaje y Práctica

Nombre del estudiante:**Correo electrónico:** alessander55@hotmail.com**Grado:** 9º**Área o asignatura:** Matemáticas**Nombre del docente:** Alexander Vidal Ortiz**Nº Celular:** 3214750148**Horario de contacto:** 8:00 AM a 12:00 PM - 2:00 PM a 6:00 PM**Fecha de entrega:****Fecha de recibido:****OBJETIVO DE APRENDIZAJE:**

- Reconocer el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente.
- Calcular las razones trigonométricas de un triángulo rectángulo.
- Reconocer las razones trigonométricas de ángulos notables.

Hola chicas,



Antes de comenzar con el desarrollo de la guía ten en cuenta las siguientes recomendaciones:

1. *Lávate bien tus manos con agua y jabón antes de comenzar a manipular la guía.*
2. *Lee con detenimiento el material de estudio impreso en esta guía, deberás copiar en tu cuaderno de matemáticas los conceptos y ejemplos más importantes.*
3. *Realiza consultas en libros o en internet sobre los temas en los cuales tengas dudas.*
4. *Puedes pedir asesoría al docente llamando al número 3214750148, puedes enviar mensajes de Whastapp, en horarios de 8:00am a 2:00pm de lunes a viernes.*
5. *Realiza las actividades al final teniendo en cuenta la explicación de la guía y envía al docente por el medio que considere adecuado (E-mail, Whastapp, físico, etc.).*

INTRODUCCIÓN

Queridos estudiantes y apreciados padres de familia, con esta nueva guía continuamos con este proceso de enseñanza aprendizaje desde casa, al finalizar el contenido de esta guía estarás en la capacidad de reconocer el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, como son; seno, coseno y tangente, explorando en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones y calculando algunos valores de las razones seno y coseno para ángulos no agudos y reconociendo fenómenos periódicos a través de funciones trigonométricas.

Saberes previos

Para el estudio de la Trigonometría es importante que tomes en cuenta conocimientos básicos como: concepto de triángulo, su clasificación, conceptos de ángulos y su clasificación, además se requieren para el estudio de las Razones Trigonométricas los siguientes conocimientos:

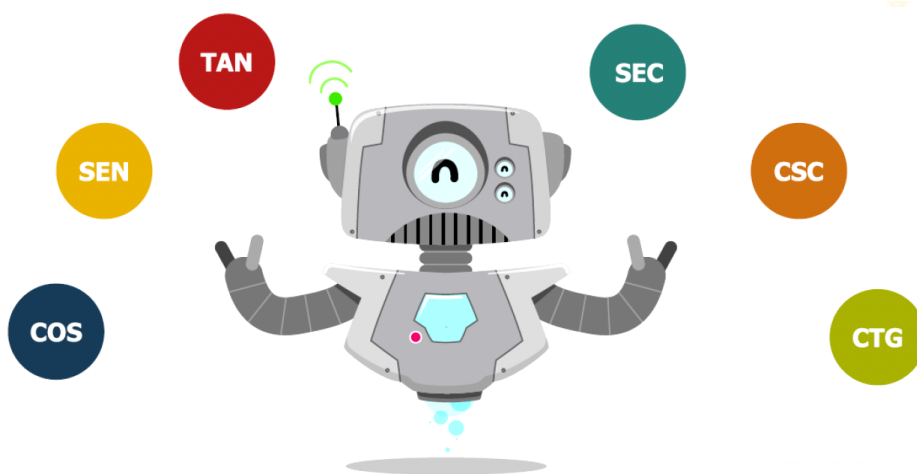
- Ángulos y medidas. Triángulos y relación entre sus lados y ángulos.
- Teorema de Pitágoras

- Conjuntos numéricos (rationales e irracionales)
- Resolución de ecuaciones de 1º y 2º grado

El estudio de la trigonometría exige conocer los ángulos y como se representan matemáticamente. Constantemente van a aparecer en las distintas actividades y es necesario estar familiarizado con ellos.

¿Qué voy a aprender?

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO



Una razón trigonométrica expresa la relación entre la medida de uno de los ángulos agudos y la medida de los lados de un triángulo rectángulo.

A continuación se definen las seis razones trigonométricas de acuerdo al siguiente triángulo rectángulo:

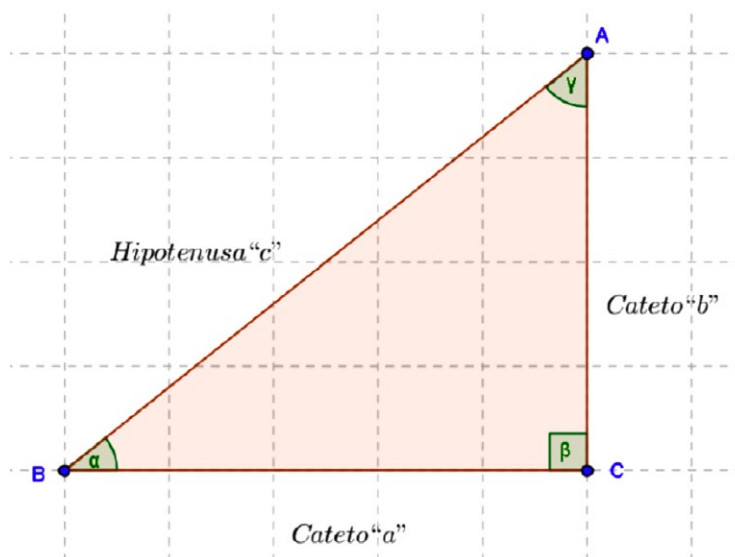


Figura 1.

Sea el triángulo de vértices ABC, con ángulo recto en C entonces los cocientes entre los lados del triángulo rectángulo son, estas razones quedan determinadas como se muestran en la siguiente tabla:

RAZÓN TRIGONOMÉTRICA	SE SIMBOLIZA ASÍ	SE DEFINE COMO LA RAZÓN ENTRE	RAZÓN
Seno(α)	$\text{sen}(\alpha) =$	$\frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{b}{c}$
Coseno(α)	$\text{cos}(\alpha) =$	$\frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{a}{c}$
Tangente(α)	$\text{tan}(\alpha) =$	$\frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}}$	$\frac{b}{a}$
Cotangente(α)	$\text{cot}(\alpha) =$	$\frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Cateto Opuesto}}$	$\frac{a}{b}$
Secante(α)	$\text{sec}(\alpha) =$	$\frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Adyacente}}$	$\frac{c}{a}$
Cosecante(α)	$\text{csc}(\alpha) =$	$\frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Opuesto}}$	$\frac{c}{b}$

Tabla 1

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES

En la actualidad para obtener el valor de una razón trigonométrica a partir de un ángulo dado, simplemente se utiliza una calculadora en la cual se introduce el valor del ángulo dado y se evalúa en la relación trigonométrica requerida. Los valores de estas razones también se pueden obtener utilizando triángulos rectángulos, cuyos ángulos serán a los que se les quiere encontrar sus razones trigonométricas. En ocasiones este método es muy engorroso, ya que para crear los triángulos se deben realizar bastantes operaciones. Sin embargo, existen ángulos en los que es muy fácil; a estos ángulos se les conoce como ángulos notables.

En las matemáticas y específicamente en la trigonometría, la palabra “notable” se utiliza para referirnos a procesos o valores que están bien definidos o muy comunes, y por ende, se reconocen y memorizan fácilmente. En este sentido, los ángulos notables son aquellos que tienen valores que aparecen muy seguido en la vida cotidiana. Estos ángulos son los de 30°, 45° y 60° y, en segundo lugar, los ángulos de 0°, 90°, 180°, 270° y 360°. Estos últimos, aunque no están definidos como ‘notables’, también son muy comunes.

Para los 3 ángulos notables podemos encontrar las razones trigonométricas –seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante– sin conocer las medidas exactas de los triángulos que los contienen, pues estos ángulos están contenidos en dos triángulos muy especiales e importantes en geometría, a saber: los triángulos isósceles rectángulos y los triángulos equiláteros.

TIPOS DE TRIÁNGULOS

En geometría, un **triángulo** es un polígono de tres lados que se puede construir a partir de la unión de tres segmentos que se tocan en sus extremos. Cada uno de los puntos de unión entre dos segmentos se llama **vértice** y la abertura que hay entre cada par de segmentos se llama **ángulo**. Un triángulo tiene tres vértices y tres ángulos. Finalmente, una de las propiedades de los triángulos que nos interesa es que **la suma de los ángulos de un triángulo es 180°**.

TIPOS DE TRIÁNGULOS

SEGÚN LA LONGITUD DE SUS LADOS:



EQUILÁTERO

3 lados iguales



ISÓSCELES

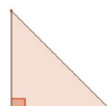
2 lados iguales



ESCALENO

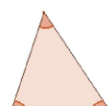
ningún lado igual

SEGÚN SUS ÁNGULOS:



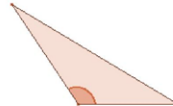
RECTÁNGULO

1 ángulo recto



ACUTÁNGULO

3 ángulos agudos



OBTUSÁNGULO

1 ángulo obtuso

EXISTEN VARIAS FORMAS PARA CLASIFICAR LOS TRIÁNGULOS.

- Una de ellas es a través de la **amplitud de sus ángulos**. Un triángulo es **rectángulo** cuando uno de sus ángulos es recto (es decir: mide 90°); dicho ángulo es delimitado por un par de lados que se conocen como catetos, mientras que el lado opuesto al ángulo recto recibe el nombre de hipotenusa. Un triángulo es **acutángulo** cuando sus tres ángulos interiores son agudos (miden menos de 90°) y **obtusángulo** cuando uno de sus ángulos es obtuso (mayor que 90°).
- Otra manera de clasificar los triángulos es por la **longitud de sus lados**. En esta clasificación, los triángulos son **equiláteros** cuando sus tres lados tienen la misma longitud; en este caso, los tres ángulos también son iguales. Un triángulo es **isósceles** cuando dos de sus lados tienen la misma longitud y de igual forma dos de sus ángulos son iguales. Finalmente se denominan **escalenos** aquellos triángulos cuyos tres lados tienen diferente longitud.

Lo que estoy aprendiendo



EJEMPLO:

Las razones trigonométricas para el ángulo agudo α en el triángulo rectángulo ABC de la siguiente figura, calcula aplicando las relaciones anteriores.

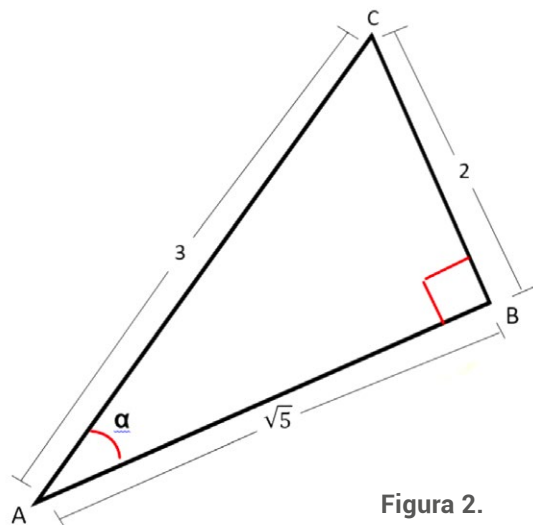


Figura 2.

SOLUCIÓN:

$$\text{Sen } \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\text{Cos } \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{Tan } \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Cot } \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

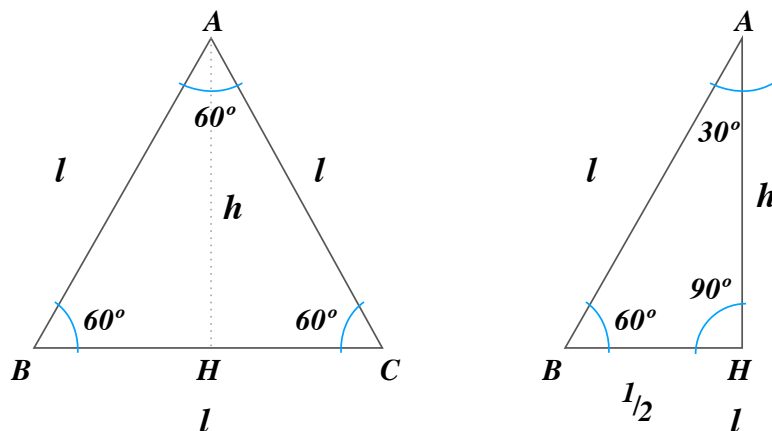
$$\text{Sec } \alpha = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Cosec } \alpha = \frac{3}{2}$$

Teniendo en cuenta las ubicaciones de las razones explicadas en la **tabla 1** se aplican en ellas los valores de la **figura 2**.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE LOS ÁNGULOS DE 30° Y 60°

Si cogemos un triángulo equilátero ABC, que como recordarás tiene todos sus lados (l) y sus ángulos iguales (60°), y lo dividimos por la mitad obtendremos dos triángulos rectángulos.



Descomposición de un triángulo equilátero

Al dividir por su altura un triángulo equilátero ABC como el de la figura obtendremos un triángulo rectángulo en el que los vértices A y B tendrán 30° y 60° respectivamente.

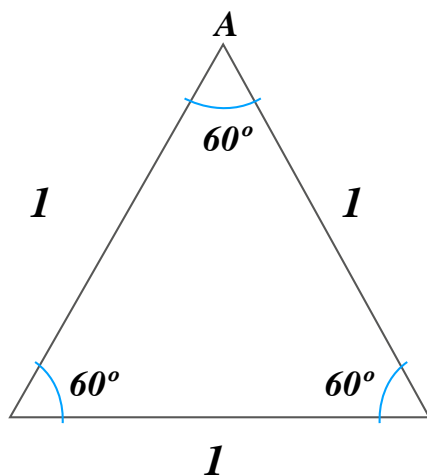
Si conocemos el valor de los lados l , podemos calcular el valor de la altura por medio del teorema de Pitágoras:

Ejemplo:

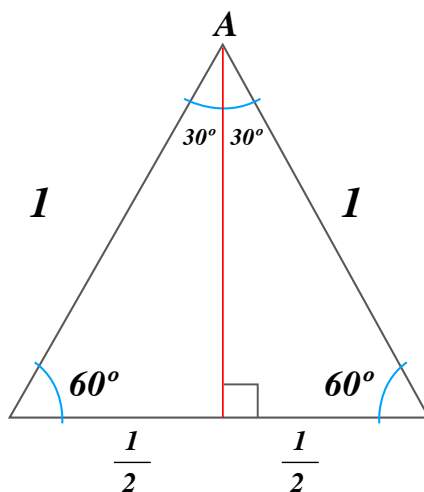
Para calcular las razones trigonométricas del ángulo de 30° y 60° se debe tener en cuenta las siguientes indicaciones:

Paso a paso.

1. En el siguiente triángulo equilátero se trazara la altura desde el vértice **A**. cada lado del triángulo mide una unidad.



2. El triángulo se parte por la mitad, nos centraremos en solo una de los lados, es decir, solo uno de los triángulos de los dos que se formaron y llamaremos **X** a la altura. La altura es el segmento de color rojo.



A continuación usamos el **teorema de Pitágoras** para calcular el valor **X**:

$$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto1}^2 + \text{cateto2}^2$$

Reemplazamos en el teorema de Pitágoras, colocando los valores indicados en el triángulo.

Partiendo del Teorema de Pitágoras, como desconocemos uno de los catetos (**X**). Entonces se despeja la X en la ecuación:

$$\longrightarrow 1^2 = x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

Despejado el cateto (**X**) y se resuelven las potencias.

$$\longrightarrow x^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

Se realiza una resta de fraccionarios.

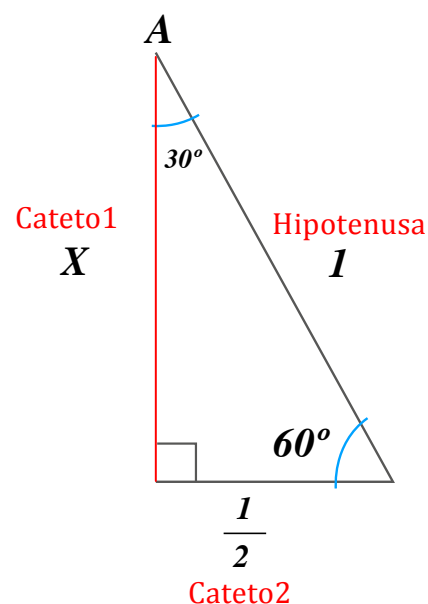
$$\longrightarrow x^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

Se despeja el exponente de **X** y se convierte en raíz:

$$\longrightarrow x^2 = \frac{3}{4}$$

Este es el resultado.

$$\longrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

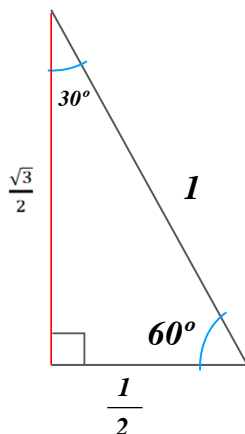


3. Ahora ya podemos calcular los valores de las razones trigonométricas para el ángulo de 60° .

$$\text{sen}(60^\circ) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.8660$$

$$\text{cos}(60^\circ) = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\text{tan}(60^\circ) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \approx 1.7320$$



Como realizamos la operaciones con fracciones?

Rta/: se multiplican los valores internos y luego los externos

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

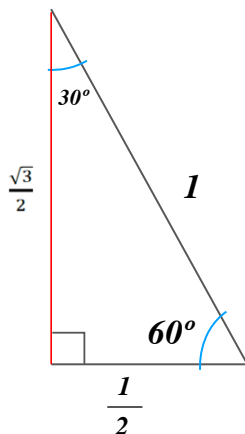
El resultado de la multiplicacion de los internos se pone abajo y el resultado de la multiplicacion de los externos se pone arriba.

4. De igual forma se pueden obtener, las razones trigonométricas para el ángulo de 30° .

$$\text{sen}(30^\circ) = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 0.5$$

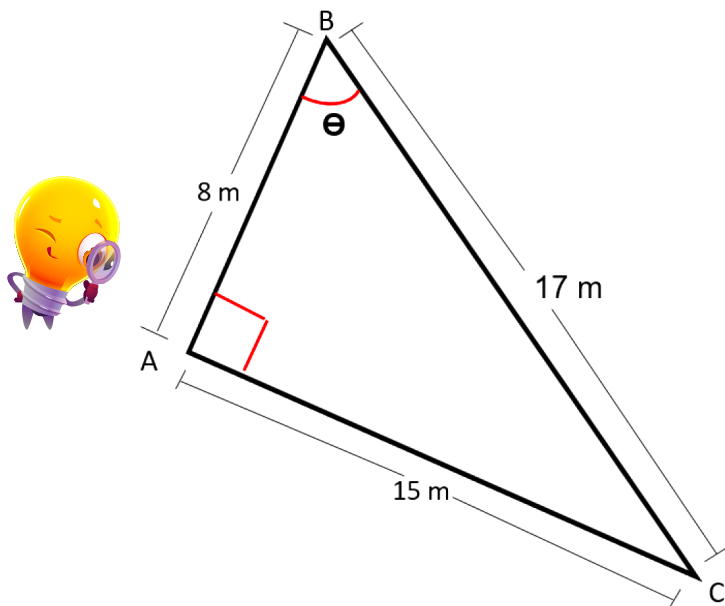
$$\text{cos}(30^\circ) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.8660$$

$$\text{tan}(30^\circ) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.5773$$



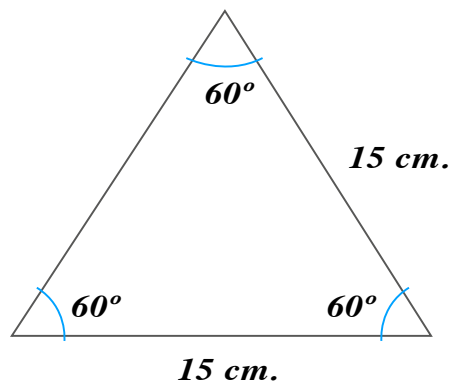
Practico lo que aprendi

1. Halla las razones trigonométricas del ángulo teta (θ) en el siguiente triangulo rectángulo:



Resuelve aquí:

2. En el siguiente triángulo aplica el Teorema de Pitágoras para hallar la altura y luego realiza las razones trigonométricas para los ángulos de 30° y 60° .

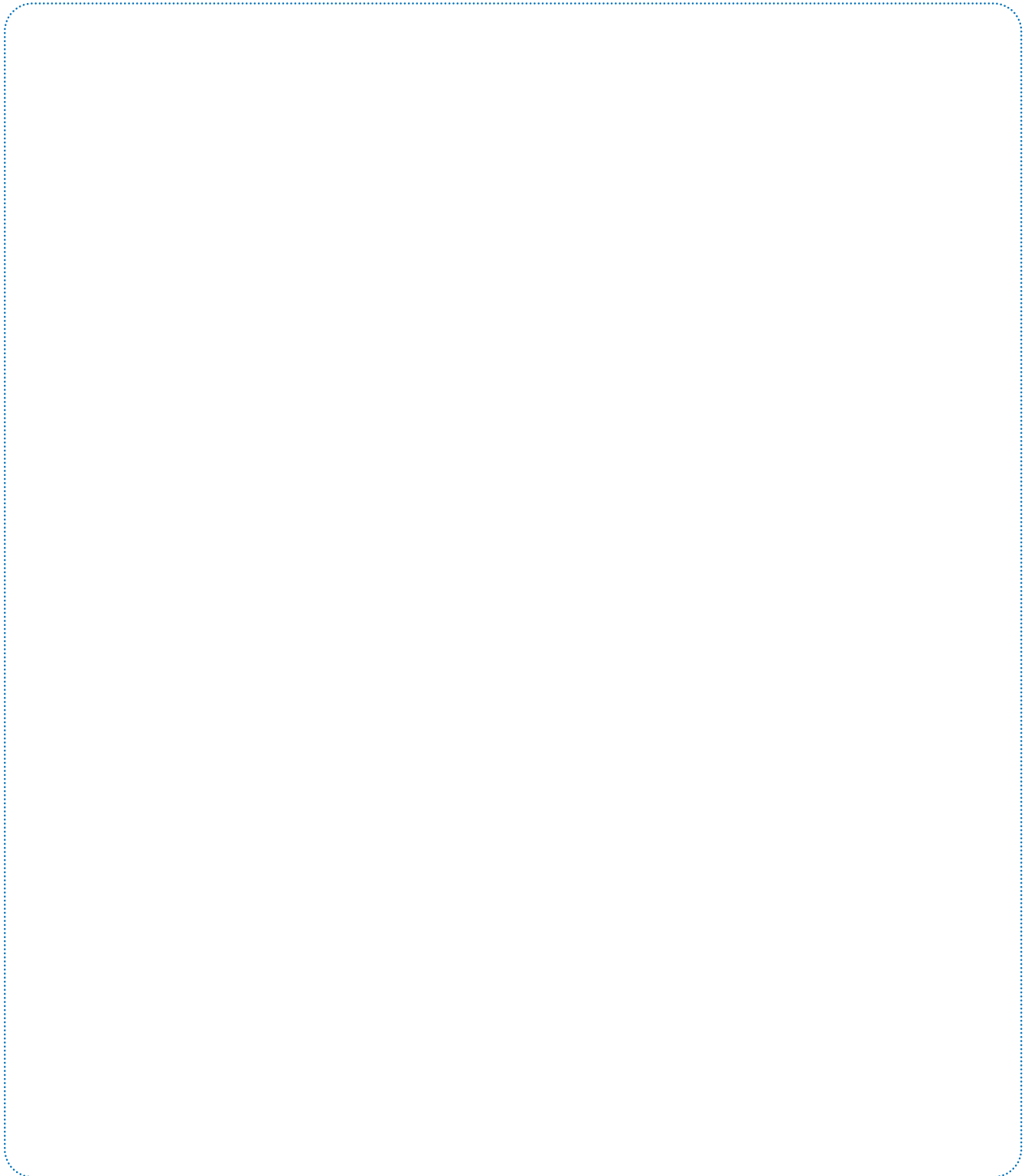


Resuelve aquí:

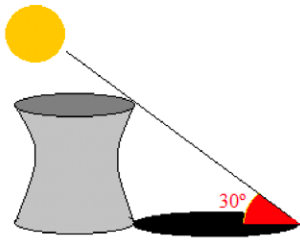
3. Dibuja un triángulo equilátero teniendo en cuenta que la medida de sus lados es 12cm (sabiendo que en el triángulo equilátero todos sus lados son iguales).

a) Hallar la altura.

b) Aplica las razones trigonométricas para los ángulos de 30° y 60° .

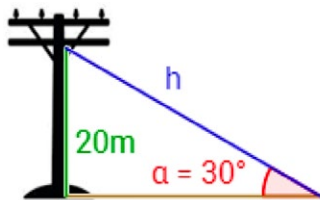


4. Calcular la altura de la torre de refrigeración de una central nuclear si se sabe que su sombra mide 271 metros cuando los rayos solares forman un ángulo de 30° .

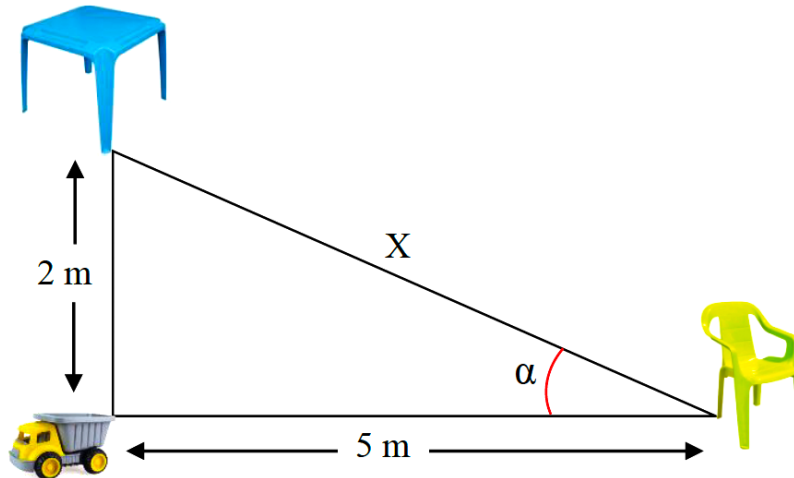


5. Se desea sujetar un poste de 20 metros de altura con un cable que parte de la parte superior del mismo hasta el suelo de modo que forme un ángulo de 30° .

Calcular el precio del cable si cada metro cuesta 12\$.



6. Ahora con ayuda de tus padres o cuidadores toma tres objetos que encuentres en tu casa, puede ser; una mesa, una silla y un juguete, ahora los vas a ubicar en el piso alejados a cierta distancia uno del otro formando un triángulo rectángulo con las siguientes medidas:

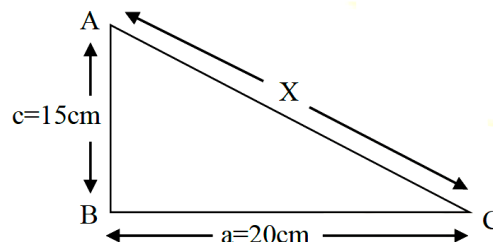


- Determina cuanto mide X, es decir, la distancia entre la silla y la mesa.
- Aplica las razones trigonométricas seno, coseno y tangente para el ángulo α .

7. En la siguiente actividad vamos a aplicar el teorema de Pitágoras desde la educación física realizando una actividad muy divertida en la cual vas a ejercitarte tanto física como mentalmente.

Debes prestar mucha atención a las siguientes indicaciones:

- 1) Dibuja un triángulo rectángulo.
- 2) Asígnale valores a dos de los tres lados, dejando el tercer lado con una incógnita X.
- 3) En el ejemplo tenemos la medida de los catetos $c=15\text{cm}$ $a=20\text{cm}$ y se desconoce la hipotenusa X.



- 4) Ahora a la medida $c=15\text{cm}$ vamos a asignarle un ejercicio físico.

Debes hacer 15 sentadillas.

- 5) A la medida $a=20\text{cm}$ le asignamos otro ejercicio físico.

Debes hacer 20 abdominales.

- 6) Aplicando el teorema de Pitágoras podemos hallar la medida de la hipotenusa, es decir, el que está representado en la figura con una X. a esta medida le podemos asignar otra actividad física.

Debes hacer X saltos mariposa.

- 7) Para saber cuántos saltos mariposa vas a hacer tienes que aplicar el teorema de Pitágoras:

$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{Cateto}^2 + \text{Cateto}^2$$

$$\text{Hipotenusa}^2 = 15^2 + 20^2$$

$$\text{Hipotenusa}^2 = 225 + 400$$

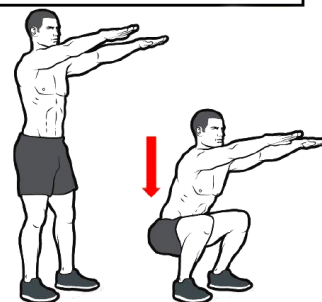
$$\text{Hipotenusa}^2 = 625$$

$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{625}$$

$$\text{Hipotenusa} = 25$$

Esto quiere decir que el lado faltante mide 25cm y por consiguiente debes **hacer 25 saltos mariposa.**

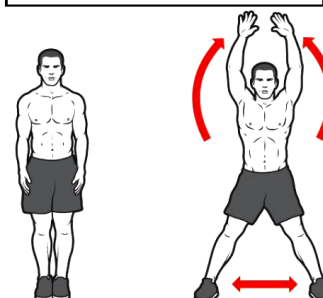
Sentadilla



Abdominales



Salto mariposa



Realiza el mismo procedimiento con otro triángulo al cual le vas a asignar una actividad física a cada medida de los lados, si obtienes como resultado un número decimal, por ejemplo; 23,5 tomas el número entero antes de la coma, es decir 23 y este es la cantidad de repeticiones que vas a realizar de cada ejercicio que escojas, puedes escoger el ejercicio físico que consideres, existen muchas formas de ejercitar tu cuerpo.



¿Cómo sé que aprendí?



Con el contenido de esta guía aprendiste a utilizar las razones trigonométricas y aplicarlas para ángulos de 30° y 60° y en la resolución de problemas.

Resuelve las actividades impresas en esta guía con la ayuda de tus papás y cuidadores debes enviar las actividades resueltas al docente o aclarar dudas en los siguientes medios:

Celular: 3214750148

Whastapp: 3214750148

E-mail: Alessander55@hotmail.com

O de manera física cuando recibas la guía siguiente a esta.

¿Qué aprendí?



Al finalizar el contenido de la presente guía, debes estar en la capacidad de reconocer el significado de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para ángulos agudos, en particular, seno, coseno y tangente, explorando en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones y calculando algunos valores de las razones seno y coseno para ángulos no agudos y reconociendo fenómenos periódicos a través de funciones trigonométricas.

¿Cómo me sentí y qué recomendaciones tengo para mi docente?

Ahora vamos a expresar que tanto aprendí y como me fue en el desarrollo de la guía. Responde las siguientes preguntas de una manera sincera:

¿Qué dificultad tuviste al desarrollar el contenido de la guía? ¿Porque?

.....

.....

.....

.....

¿Qué te pareció más fácil en la guía?

.....

.....

.....

.....

¿Qué te pareció más difícil en la guía?

.....

.....

.....

.....

¿Qué le recomendarías al docente para mejorar la guía?

.....

.....

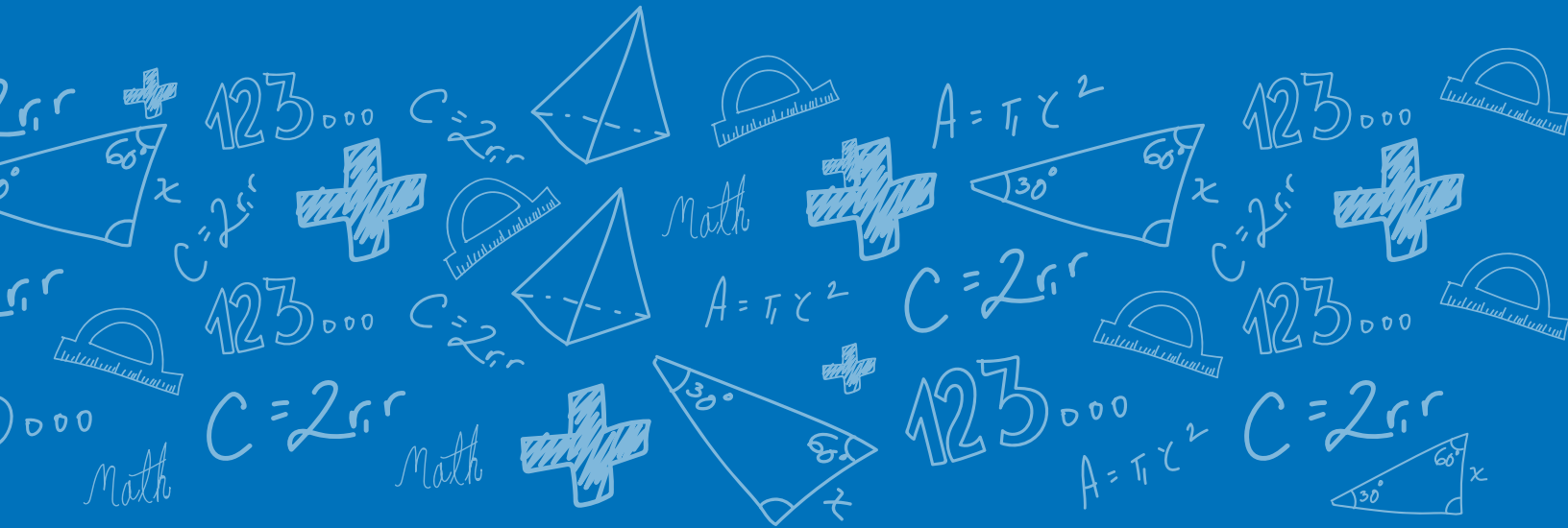
.....

.....

¿Crees que la asesoría del docente es: excelente, buena, regular o mala?

.....

.....



EDUCAPAZ

Programa Nacional de
Educación para la Paz



PAZ A TU IDEA

Comunidad de Aprendizaje y Práctica



Socios



Fundación Escuela Nueva
Volvamos a la Gente

FUNDACIÓN PARA LA
RECONCILIACIÓN



Aliados

